



ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΎΛΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ ΤΟΥ ISA

Το περιεχόμενο που θα εξεταστεί στο Διαγωνισμό Υποτροφιών για τα Μαθηματικά θα άπτεται της Άλγεβρας, της Γεωμετρίας και Μετρήσεων, της Τριγωνομετρίας, και βασικών εννοιών των Συναρτήσεων. Η ύλη αυτή έχει καλυφθεί κατά τη διάρκεια του Γυμνασίου και της Α' Λυκείου.

Τα θέματα του διαγωνισμού απαιτούν προχωρημένες αλγεβρικές ικανότητες, δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων, και σε βάθος κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Το περιεχόμενο αυτό παρατίθεται στον παρακάτω πίνακα.

Περιεχόμενο
Απόλυτες τιμές Πραγματικών αριθμών και μεταβλητών
Ρίζες
Αλγεβρικές παραστάσεις
Πρώτου και Δευτέρου Βαθμού αλγεβρικές παραστάσεις
Ακολουθίες, Πρόοδοι, και Αριθμητικά μοτίβα
Επίλυση Εξισώσεων και Ανισώσεων σε ποικίλες περιστάσεις (καλύπτοντας όλα τα παραπάνω)
Μελέτη Συναρτήσεων 1 ^{ου} και 2 ^{ου} βαθμού
Γεωμετρία και Μετρήσεις
Τριγωνομετρία σε ορθογώνια τρίγωνα

Ο Διαγωνισμός αποτελείται από τρία μέρη.

Μέρος Α: 6 σύντομες ερωτήσεις. Οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν σε όλες.

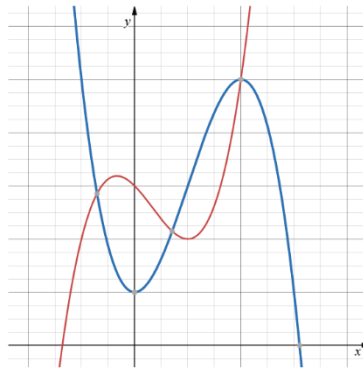
Μέρος Β: 3 δομημένες ερωτήσεις. Οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν σε δύο από τις τρεις.

Μέρος C: Σε αυτό το μέρος θα εξεταστεί η κριτική σκέψη των μαθητών, καθώς και η ικανότητά τους να αναγνωρίζουν και να γενικεύουν μοτίβα.

Καταλαβαίνουμε ότι οι μαθητές που προέρχονται από ελληνικό σχολείο πιθανόν να μην είναι εξοικειωμένοι με την μαθηματική ορολογία στα αγγλικά. Για το λόγο αυτό, οι ερωτήσεις στα Μέρη Α και Β δίνονται στα ελληνικά. Παρόλα αυτά, οι ερωτήσεις στο Μέρος C είναι στα αγγλικά, και οι απαραίτητοι μαθηματικοί όροι παρέχονται επίσης με μετάφραση. Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη ότι κάποιο μέρος του περιεχομένου μπορεί να μην έχει διδαχθεί τη στιγμή του διαγωνισμού, η ποιότητα των απαντήσεων θα αξιολογηθεί και θα συνυπολογιστεί στον τελικό βαθμό.

Παραδείγματα πιθανόν προβλημάτων δίνονται παρακάτω:

1. **Να εξετασθεί** αν οι τιμή της παράστασης $A = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \right)^2$ είναι άρρητος αριθμός.
2. Για τον φυσικό αριθμό x , με $x \neq 9$, **να δειχθεί** ότι $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3}{\sqrt{x}+3} \neq 1$.
3. Η συνάρτηση $f(x) = ax^2 + bx + c$, με $a = 2$, έχει κορυφή στο $(-1, -3)$. Επίσης, η $f(x)$ μπορεί να γραφεί κατά μοναδικό τρόπο ως $f(x) = \sqrt{m}(x+h)^2 + k$. **Να βρεθούν** οι τιμές των m , b και c .
4. Δίνεται η ανισότητα $x^2 - 2x + c > 0$ που ισχύει για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού $x \in \mathbb{R}$. **Να βρεθούν** οι πιθανές τιμές του πραγματικού αριθμού c .
5. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^3 - x^2 - x + 3$ και $g(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$. Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει τα γραφήματα των $y = f(x)$ και $y = g(x)$.



- a. **Να γραφούν** οι συντεταγμένες του σημείου τομής της $y = g(x)$ με τον άξονα y .
- b. **Να βρεθεί** η τιμή του $f(2)$.
- c. **Να λύθει** η ανίσωση $f(x) \geq g(x)$.
- d. **Να δειχθεί** ότι $f(0)$, $g(0)$, and $g(2)$ είναι όροι της ακολουθίας $u_n = 2n + 1$, με $n \in \mathbb{Z}$.

Καλή επιτυχία,

Pavlos Meratzis

Head of Mathematics